



IDEAS FUNDAMENTALES

- Graficar formas
- Redes y superficie

LECCIÓN 7

DE PARALELOGRAMOS A TRIÁNGULOS

ALINEACIÓN

Alineación de estándares y principios de	Abordar
	6.G.1 Encontrar el área de triángulos rectángulos, otros triángulos, cuadriláteros especiales y polígonos mediante la composición en rectángulos o la descomposición en triángulos y otras formas; aplicar estas técnicas en el contexto de la resolución de problemas matemáticos y del mundo real.
	Enfocar SMPs
	MP7 Buscar y hacer uso de la estructura.
Estándares ELD de California	
I.A.1	I.C.12 II.C.7



ENFOQUE EN IDEAS FUNDAMENTALES

CONEXIONES INTEGRADAS

(DI) ¿Por qué? Para ...

dar sentido al mundo y predecir lo que podría ocurrir.

(SMPs) ¿Cómo? ... los estudiantes ...

buscar y utilizar estructuras.

(CC) ¿Qué? ... mientras ...

desmontar enteros, unir partes y descubrir formas y espacios.

OBJETIVO(S) DE APRENDIZAJE

- Comparemos paralelogramos y triángulos.

OBJETIVO(S) DE APRENDIZAJE

- Puedo explicar la relación especial entre un par de triángulos idénticos y un paralelogramo.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE PARA EL MAESTRO

- Describir (oralmente y por escrito) las formas en que dos triángulos idénticos pueden componerse, es decir, en un paralelogramo o en un rectángulo.
- Mostrar cómo cualquier paralelogramo puede descomponerse en dos triángulos idénticos trazando una diagonal y generalizar (por escrito) que esta propiedad se aplica a todos los paralelogramos, pero no a todos los cuadriláteros.

PREPARACIÓN DE LA LECCIÓN

Rutinas didácticas

MLR2: Recoger y mostrar

MLR8: Apoyos para la discusión

Materiales necesarios

Patrón de líneas negras para la Actividad 7.3

Enfriamiento

Juegos de herramientas de geometría (papel de calco, papel cuadriculado, lápices de colores, tijeras y una ficha)

Fichas preimpresas, recortadas de copias del patrón de líneas negras

Reglas

Preparación necesaria

Imprime pares de triángulos del esquema de la Historia de dos triángulos (2ª parte). Si los estudiantes van a recortar los triángulos, utiliza sólo la primera página. Si los triángulos van a ser precortados por el maestro, imprime la segunda y la tercera página. Prepare suficientes juegos para que cada grupo de 3-4 estudiantes tenga un juego completo (2 copias de cada uno de los triángulos P-U).

Para las clases que utilicen la versión digital de la actividad, se proporciona un applet que puede utilizarse en lugar de, o además de, los triángulos recortados.



INFORMACIÓN DE LA LECCIÓN

Narrativa de la lección

Esta lección prepara a los estudiantes para aplicar lo que saben sobre el área de los paralelogramos para razonar sobre el área de los triángulos.

Destacar la relación entre triángulos y paralelogramos es un objetivo clave de esta lección. Las actividades utilizan tanto la idea de descomposición (de un cuadrilátero en triángulos) como la de composición (de dos triángulos en un cuadrilátero). El estudio bidireccional es deliberado y está diseñado para ayudar a los estudiantes a ver y razonar sobre el área de un triángulo de forma diferente. Los estudiantes ven que un paralelogramo siempre puede descomponerse en dos triángulos idénticos, y que dos triángulos idénticos cualesquiera siempre pueden componerse en un paralelogramo (MP7).

Como en esta lección ocurren muchas cosas y el tiempo puede ser escaso, es importante preparar todos los materiales y considerar la organización de los grupos con antelación.

RESUMEN DE LA LECCIÓN

Componente de la lección	Estructura	Tiempo	Breve descripción
Calentamiento	Independiente	5 min	Dados paralelogramos idénticos con diferentes combinaciones de base y altura correspondientes identificadas, los estudiantes encuentran el área y una longitud de base desconocida.
Actividad de exploración	Grupos pequeños	15 min	Hay disponible un applet digital interactivo Los estudiantes descubren que los paralelogramos pueden descomponerse en 2 triángulos idénticos. para permitir a los estudiantes explorar la descomposición de paralelogramos en triángulos utilizando la tecnología. Hay disponible una extensión de exploración con un applet digital interactivo para desarrollar una comprensión más profunda de los cuadriláteros que pueden descomponerse en triángulos idénticos.
Actividad de exploración	Grupos reducidos	15 min	Los estudiantes exploran qué cuadriláteros pueden formarse utilizando pares de triángulos idénticos. Hay disponible un applet digital interactivo que permite a los estudiantes explorar formas que se forman utilizando pares de triángulos idénticos utilizando la tecnología.
Síntesis	Grupo completo	5 min	Los estudiantes hacen conexiones entre pares de triángulos idénticos y paralelogramos.
Enfriamiento	Independiente	5 min	Los estudiantes demuestran su comprensión de la relación entre pares de triángulos idénticos y paralelogramos.
Práctica	Independiente	5-8 min	El componente de práctica independiente incluye 4 problemas de repaso de la lección y 2 problemas de repaso en espiral.



CALENTAMIENTO | PARALELOGRAMOS IGUALES, BASES DIFERENTES

5 minutos

Este calentamiento refuerza la comprensión de los estudiantes de las bases y alturas de un paralelogramo. En lecciones anteriores, los estudiantes han calculado áreas de paralelogramos utilizando bases y alturas. También han determinado posibles bases y alturas de un paralelogramo dado un área entera. Vieron, por ejemplo, que encontrar posibles bases y alturas de un paralelogramo con un área de 20 unidades cuadradas significa encontrar dos números con un producto de 20. Los estudiantes amplían ese trabajo aquí trabajando con longitudes de lado y área decimales.

A medida que los estudiantes trabajan, observe a los estudiantes que entienden que los dos paralelogramos idénticos tienen igual área y que usan ese entendimiento para encontrar la base desconocida. Pídales que compartan más tarde.

INSTRUCCIÓN

Dé a los estudiantes 2 minutos de tiempo de trabajo tranquilo y acceso a sus kits de herramientas de geometría (papel de calco, papel cuadriculado, lápices de colores, tijeras y una ficha).

Los estudiantes deben estar suficientemente familiarizados con las bases y las alturas para comenzar el calentamiento. Sin embargo, si es necesario, repase brevemente la relación de un par de base y altura en un paralelogramo, utilizando preguntas como:

- "¿Podemos utilizar cualquier lado de un paralelogramo como base?" (Sí.)
- "¿La altura es siempre la longitud de uno de los lados del paralelogramo?" (No.)
- "Una vez que hemos identificado una base, ¿cómo identificamos una altura?" (Puede ser cualquier segmento que sea perpendicular a la base y vaya de la base al lado opuesto.)
- "¿Se puede trazar un segmento de altura fuera de un paralelogramo?" (Sí.)

Apoyo a los estudiantes con discapacidad

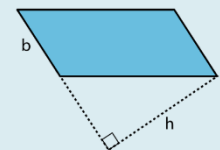
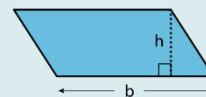
Procesamiento conceptual: Tiempo de procesamiento. Compruebe con cada maestro, según sea necesario, la comprensión durante cada paso de la actividad.

Lenguaje receptivo: Tiempo de procesamiento. Lea todos los enunciados en voz alta. Los estudiantes que escuchan y leen la información se beneficiarán de un tiempo de procesamiento adicional.

ENUNCIADO DE TAREA PARA EL

Aquí hay dos copias de un paralelogramo. Cada copia tiene un lado etiquetado como la base b y un segmento dibujado para altura correspondiente y etiquetado como h .

1. La base del paralelogramo de la izquierda mide 2,4 centímetros; su altura correspondiente es 1 centímetro. Calcula su área en centímetros cuadrados.
2. La altura del paralelogramo de la derecha mide 2 centímetros. ¿Cuánto mide la base de ese paralelogramo? Explica tu razonamiento.



POSIBLES RESPUESTAS

1. El área del primer paralelogramo es de 2,4 centímetros cuadrados. $(2,4) \cdot 1 = 2,4$
2. El área del segundo paralelogramo también es de 2,4 centímetros cuadrados. Como la base y la altura deben multiplicarse para obtener la misma área de 2,4, la base debe ser de 1,2 centímetros porque $(1,2) \cdot 2 = 2,4$.

ERRORES PREVISTOS

Es posible que algunos estudiantes no sepan cómo empezar a responder a las preguntas porque las medidas no se muestran en los diagramas. Pida a los estudiantes que etiqueten los paralelogramos basándose en la información del ENUNCIADO DE TAREA PARA EL ESTUDIANTE.

Los estudiantes pueden decir que no hay suficiente información para responder a la segunda pregunta porque sólo se conoce un dato (la altura). Pregúnteles qué información adicional podrían necesitar. Pídales que revisen el ENUNCIADO DE TAREA PARA EL ESTUDIANTE y vean lo que dice sobre los dos paralelogramos. Pregúnteles qué saben sobre las áreas de dos figuras que son idénticas.

Los estudiantes pueden tener dificultades para encontrar la base desconocida en la segunda pregunta porque el área del paralelogramo es un decimal y no saben cómo dividir un decimal. Pídales que expliquen cómo razonarían si el área fuera un número entero. Si entienden que tienen que dividir el área por 2 (ya que la altura es 2 cm), vea si podrían razonar en términos de multiplicación (es decir, 2 veces ¿qué número es 2,4?) o si podrían razonar sobre la división utilizando fracciones (es decir, 2,4 puede verse como $2\frac{4}{10}$ o $\frac{24}{10}$; ¿qué es 24 décimas dividido por 2?).

SÍNTESIS
DE LA
ACTIVIDAD

Seleccione 1-2 estudiantes previamente identificados para que compartan sus respuestas. Si los estudiantes aún no lo han explicado, haga hincapié en que sabemos que los paralelogramos tienen la misma área porque son idénticos, lo que significa que al colocar uno encima del otro, coincidirían exactamente.

Antes de continuar, pregunte a los estudiantes: "¿Cómo podemos verificar que la altura que encontramos es correcta, o que los dos pares de bases y alturas producen la misma área?". (Podemos multiplicar los valores de cada par y ver si ambos producen 2.4.)



ACTIVIDAD DE EXPLORACIÓN | HISTORIA DE DOS TRIÁNGULOS (PARTE 1)

15 minutos

Rutinas didácticas

MLR2: Recoger y mostrar

En lecciones anteriores, los estudiantes vieron que un cuadrado puede descomponerse en dos triángulos rectángulos isósceles idénticos. Concluyeron que el área de cada uno de esos triángulos es la mitad del área del cuadrado. Utilizaron esta observación para determinar el área de regiones compuestas.

Esta actividad ayuda a los estudiantes a ver que los paralelogramos distintos de los cuadrados también pueden descomponerse en dos triángulos idénticos trazando una diagonal. Lo comprueban trazando un triángulo en papel vegetal y girándolo para que coincida con la otra copia. Este proceso prepara a los estudiantes para ver cualquier triángulo como si ocupara la mitad de un paralelogramo y, en consecuencia, como si tuviera la mitad de su área. Para generalizar acerca de los cuadriláteros que pueden descomponerse en triángulos idénticos, los estudiantes deben analizar las características de las formas dadas y buscar su estructura (MP7).

Hay una serie de observaciones geométricas en esta unidad que deben darse por supuestas en este punto del estudio matemático de los estudiantes. Éste es uno de esos casos. Los estudiantes sólo han visto ejemplos de un paralelogramo que se descompone en dos copias del mismo triángulo, o sólo han verificado esta conjetura a través de la experimentación física, pero por el momento se puede considerar un hecho. A partir del grado 8, comenzarán a demostrar algunas de las observaciones que previamente han dado por ciertas.

Organizar a los estudiantes en grupos de 3-4. Dé a los estudiantes acceso a los kits de herramientas de geometría (papel de calco, papel cuadriculado, lápices de colores, tijeras y una ficha) y permítales 2 minutos de tiempo de reflexión en silencio para las dos primeras preguntas. A continuación, les pide que compartan sus dibujos con su grupo y discutan cómo dibujaron sus líneas. Si los miembros del grupo no están de acuerdo sobre si un cuadrilátero puede descomponerse en dos triángulos idénticos, deben hacer constar el desacuerdo, pero no es necesario llegar a un acuerdo. Pronto tendrán la oportunidad de verificar sus respuestas.

INSTRUCCIÓN (CONTINUACIÓN)

A continuación, pida a los estudiantes que utilicen papel de calco para comprobar que los pares de triángulos que creen idénticos lo son realmente (es decir, que coincidirían exactamente si se colocaran uno encima del otro). Diga a los estudiantes que se reparten el trabajo de comprobación entre los miembros de su grupo para optimizar el tiempo.

Aunque los estudiantes hayan trabajado con papel de calco anteriormente en la unidad, puede que algunos no recuerden cómo utilizarlo para comprobar la congruencia de dos formas; puede que sea necesaria alguna orientación explícita. Anime a los estudiantes a trabajar con cuidado y precisión. Se puede utilizar una regla para trazar, pero no es imprescindible y puede ser un estorbo. Una vez que los estudiantes terminen de comprobar los triángulos de su lista y verifiquen que son idénticos (o corrijan su respuesta inicial), pídeles que respondan a la última pregunta.

Los estudiantes que utilicen la actividad digital pueden descomponer las formas utilizando un applet. Anime a los estudiantes a utilizar la herramienta segmento en lugar de dibujar libremente un segmento para dividir las formas.

Apoyo para estudiantes de inglés

Conversar, representar: MLR2 Recoger y mostrar.

Para ayudar a los estudiantes a razonar y utilizar el lenguaje matemático de descomponer, diagonal e idéntico, escuche a los estudiantes hablar sobre cómo están haciendo sus dibujos. Registre y muestre las frases comunes o importantes que escuche decir a los estudiantes, así como ejemplos de sus dibujos. Siga actualizando el lenguaje recogido de los estudiantes a lo largo de la lección y recuérdelos que tomen prestado el lenguaje de la pantalla cuando sea necesario.

Principio(s) de diseño: Apoyar la creación de sentido; Maximizar la metacognición

Apoyo a estudiantes con discapacidad

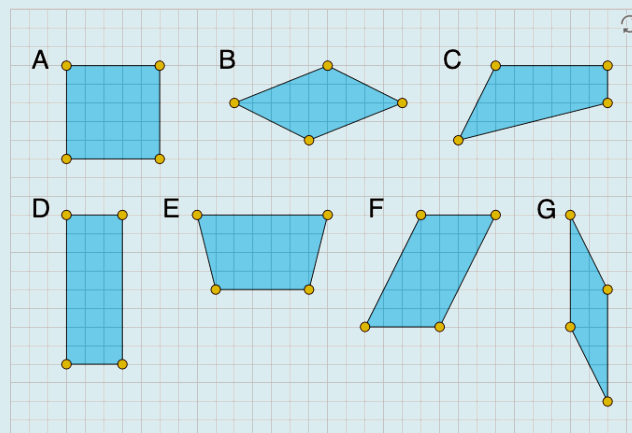
Habilidades motoras finas: Compañeros tutores.

Empareje a los estudiantes con sus tutores previamente identificados y permita que los estudiantes que tienen dificultades con la motricidad fina dicten cómo descomponer los cuadriláteros y utilicen el papel de calco según sea necesario.

ENUNCIADO DE TAREA PARA EL ESTUDIANTE

Dos polígonos son idénticos si coinciden exactamente cuando se colocan uno encima del otro.

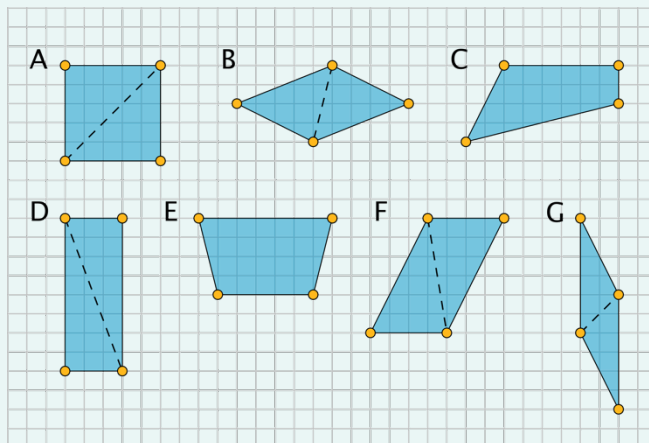
1. Dibuje un segmento para descomponer cada uno de los siguientes polígonos en dos triángulos idénticos, si es posible. Si lo deseas, también puedes dibujar los triángulos. Haz una pausa aquí para una discusión en pequeños grupos.
2. ¿Qué cuadriláteros pueden descomponerse en dos triángulos idénticos? Haz una pausa aquí para una discusión en pequeños grupos.
3. Estudia los cuadriláteros que eran, de hecho, descomponibles en dos triángulos idénticos. ¿Qué observas en ellos? Escribe un par de observaciones sobre lo que tienen en común estos cuadriláteros.



POSIBLES RESPUESTAS

1. Las respuestas varían.

Las respuestas varían. Ejemplo de respuesta:



- Las respuestas varían. c. Los cuadriláteros *A*, *B*, *D*, *F*, y *G* pueden descomponerse en dos triángulos idénticos.
Sí, los triángulos que trazamos coinciden perfectamente.
- Las respuestas varían. Ejemplos de respuestas: Tienen dos pares de lados paralelos y cada par tiene la misma longitud. Todos son paralelogramos.

CONCEPTOS
ERRÓNEOS
PREVISTOS

Puede que a los estudiantes no se les ocurra girar los triángulos para comprobar la congruencia. Si es así, diga a los estudiantes que seguimos considerando idénticos dos triángulos aunque haya que girar uno para que coincida con el otro.

SÍNTESIS DE LA ACTIVIDAD

La discusión debe tener dos objetivos: poner de relieve cómo los cuadriláteros pueden descomponerse en triángulos y ayudar a los estudiantes a hacer generalizaciones sobre los tipos de cuadriláteros que pueden descomponerse en dos triángulos idénticos. Considera estas preguntas:

- ¿Cómo descompusiste los cuadriláteros en dos triángulos? (Une los vértices opuestos, es decir, dibuja una diagonal.)
- ¿Funcionó la estrategia de dibujar una diagonal para descomponer todos los cuadriláteros en dos triángulos? (Sí.) ¿Son todos los triángulos resultantes idénticos? (No.)
- ¿Qué tienen *C* y *E* que no se pueden descomponer en dos triángulos idénticos? (No tienen lados iguales ni ángulos iguales. Sus lados opuestos no son paralelos.)
- ¿Qué tienen *A*, *B*, y *D* que no tengan *C* y *E*? (*A*, *B*, y *D* tienen dos pares de lados paralelos de igual longitud. Son paralelogramos.)

Pida a los estudiantes que completen este iniciador de frases: Para que un cuadrilátero sea descomponible en dos triángulos idénticos debe ser (o tener)...

Si el tiempo lo permite, discuta cómo verificaron los estudiantes la congruencia de los dos triángulos.

- ¿Cómo verificaron si los triángulos son idénticos? ¿Simplemente apilaron el triángulo trazado o hicieron algo más específico? (Pueden darse cuenta de que es necesario girar un triángulo -o reflejarlo dos veces- antes de poder emparejar los triángulos).
- ¿Alguien utilizó otra forma de comprobar la congruencia? (Los estudiantes también pueden pensar en términos de las partes o la composición de cada triángulo. Por ejemplo: "Ambos triángulos tienen las mismas longitudes de lado; ambos tienen un ángulo recto").

¿Estás listo para más?

Dibuja otros tipos de cuadriláteros que no estén ya representados. Intenta descomponerlos en dos triángulos iguales. ¿Puedes hacerlo? Inventa una regla general sobre lo que debe ser cierto si un cuadrilátero puede descomponerse en dos triángulos idénticos.

"¿Estás listo para más?" Respuesta de los estudiantes

Las respuestas varían.



ACTIVIDAD DE EXPLORACIÓN | HISTORIA DE DOS TRIÁNGULOS (PARTE 2)

15 minutos

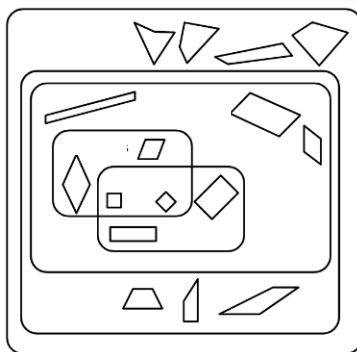
Rutinas didácticas	Materiales necesarios
MLR8: Apoyos para la discusión	Maestro de línea negra

Anteriormente, los estudiantes descompusieron cuadriláteros en dos triángulos idénticos. Esta actividad les ha permitido familiarizarse con la idea de que un triángulo es la mitad de un cuadrilátero. Esta actividad les incita a pensar de la otra forma: componer cuadriláteros utilizando dos triángulos idénticos. Ayuda a los estudiantes a ver que dos triángulos idénticos de cualquier tipo siempre pueden unirse para producir un paralelogramo. Ambas exploraciones preparan a los estudiantes para hacer conexiones entre el área de un triángulo y la de un paralelogramo en la próxima lección.

Una comprensión clave a descubrir aquí es que dos copias idénticas de un triángulo se pueden unir a lo largo de cualquier lado correspondiente para producir un paralelogramo, y que se puede formar más de un paralelogramo.

A medida que los estudiantes trabajan, busque diferentes composiciones del mismo par de triángulos. Seleccione a los estudiantes que utilicen diferentes enfoques para compartirlos más tarde.

Al manipular los recortes, es probable que los estudiantes se den cuenta de que los triángulos rectángulos pueden componerse en rectángulos (y a veces en cuadrados) y que los triángulos no rectángulos producen paralelogramos que no son rectángulos. Es posible que los estudiantes no recuerden inmediatamente que los cuadrados y los rectángulos también son paralelogramos. Considere la posibilidad de preparar una referencia para que la consulten los estudiantes. He aquí un ejemplo:



Como antes, los estudiantes hacen aquí generalizaciones que aún no tienen las herramientas para justificar. Esto es apropiado en esta etapa. Más adelante, en su estudio de las matemáticas, aprenderán a verificar lo que ahora toman por hechos.

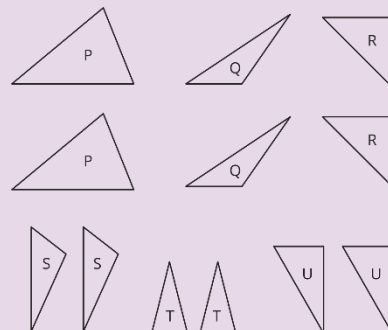
Para los estudiantes que utilicen la actividad digital, se puede utilizar un applet para componer triángulos en otras formas.

INSTRUCCIÓN

Mantener a los estudiantes en los mismos grupos. Entregue a cada grupo un conjunto de triángulos etiquetados *P-U* (dos copias de cada triángulo) del patrón de líneas negras y acceso a tijeras si los triángulos no están precortados. El juego incluye diferentes tipos de triángulos (isósceles rectángulos, escalenos rectángulos, obtusos, agudos y equiláteros). Pida a cada miembro del grupo que tome 1-2 pares de triángulos.

Reitere que los estudiantes aprendieron que ciertos tipos de cuadriláteros pueden descomponerse en dos triángulos idénticos. Explique que ahora van a ver si es posible componer cuadriláteros a partir de dos triángulos idénticos y, en caso afirmativo, averiguar qué tipos de cuadriláteros resultarían.

Conceda a los estudiantes 1-2 minutos de tiempo de trabajo tranquilo y, a continuación, 5 minutos para discutir sus respuestas y contestar a la segunda pregunta con su grupo.



Apoyo para estudiantes de inglés

Conversing: MLR8 Apoyos para el debate. Para reforzar el uso del lenguaje que los estudiantes han aprendido previamente sobre los cuadriláteros, cree y muestre la tabla de referencia, como se describe, para que los estudiantes la consulten. Utilizar esta pantalla para ayudar a los estudiantes a visualizar los diferentes tipos de cuadriláteros. Pida a los estudiantes que comenten con un compañero: "¿En qué se parecen y en qué se diferencian los distintos tipos de cuadriláteros?". Diga a los estudiantes que se turnen para compartir lo que observan o recuerdan de lecciones anteriores y, a continuación, pida a diferentes grupos que compartan lo que observan con toda la clase. Cuando registre y muestre las observaciones de los estudiantes, preste atención a las oportunidades de volver a expresar los términos matemáticos que utilizaron los estudiantes.

Apoyo a los estudiantes con discapacidad

Procesamiento conceptual: Tiempo de procesamiento. Compruebe con cada maestro, según sea necesario, si ha comprendido cada paso de la actividad.

ENUNCIADO DE TAREA PARA EL ESTUDIANTE

Este applet tiene ocho pares de triángulos. Cada miembro del grupo debe elegir 1-2 pares de triángulos. Utilízalos como ayuda para responder a las siguientes preguntas.

- ¿Qué pareja(s) de triángulos tienes? _____. ¿Se puede componer cada par de triángulos en:
 - un rectángulo?
 - un paralelogramo?
- Discute tus respuestas a la primera pregunta con tu grupo. Después, completa cada una de las siguientes afirmaciones con todas, algunas o ninguna. Esboza 1-2 ejemplos para ilustrar cada afirmación completada.
 - _____ de estos pares de triángulos idénticos pueden componerse en un *rectángulo*.
 - _____ de estos pares de triángulos idénticos pueden componerse en un *paralelogramo*.

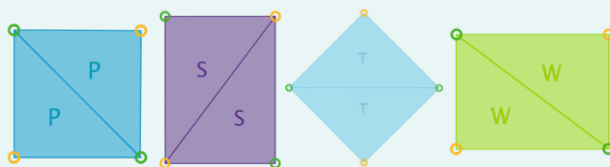
POSIBLES RESPUESTAS

- Las respuestas varían. Sí para los triángulos *P*, *S*, *T*, y *W*. No para el resto.
 - Sí para todos los triángulos.

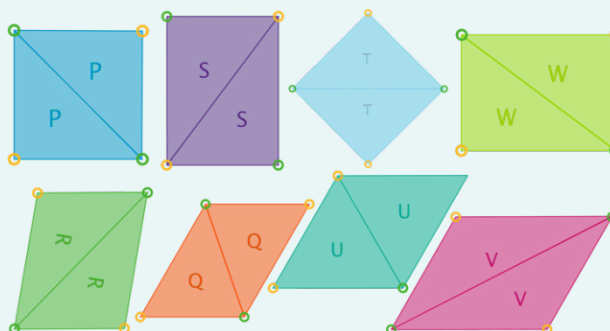
POSIBLES RESPUESTAS
(CONTINUACIÓN)

2.

A. Algunos de estos pares de triángulos pueden componerse en un rectángulo.



B. Todos de estos pares de triángulos pueden componerse en un paralelogramo. Ejemplos:

ERRORES
PREVISTOS

Los estudiantes pueden llegar a conclusiones erróneas si algunas piezas de sus triángulos se dan la vuelta (para que queden boca abajo), o si no se les ocurrió que las piezas se podían mover. Pídales que prueben a manipular las piezas de diferentes maneras.

Al ver que dos copias de un triángulo siempre pueden componerse en un paralelogramo, los estudiantes podrían llegar a la conclusión errónea de que dos copias cualesquiera de un triángulo sólo pueden componerse en un paralelogramo (es decir, que no pueden formarse otros cuadriláteros a partir de la unión de dos triángulos idénticos). Mostrar un contraejemplo puede ser una forma sencilla de ayudar a los estudiantes a ver que esto no es así.

ACTIVIDAD SÍNTESIS

El objetivo de este debate sería aclarar si dos copias de cada triángulo pueden componerse o no en un rectángulo o un paralelogramo, y destacar las distintas formas en que dos triángulos pueden componerse en un paralelogramo.

Pida a algunos estudiantes que hayan compuesto paralelogramos diferentes a partir del mismo par de triángulos que lo compartan. Invita a la clase a que se fije en cómo estos estudiantes obtuvieron paralelogramos diferentes. Para ayudarles a ver que un triángulo puede unirse a lo largo de cualquier lado de su copia para producir un paralelogramo, haga preguntas como:

- Ésta es una forma de componer triángulos *S* en un paralelogramo. ¿Alguien más lo ha hecho así? ¿Alguien ha obtenido un paralelogramo de otra forma?
- ¿Cuántos paralelogramos diferentes se pueden crear con dos copias cualesquiera de un triángulo? ¿Por qué? (3 maneras, porque hay 3 lados a lo largo de los cuales se podrían unir los triángulos.)
- ¿Qué tipos de triángulos se pueden utilizar para componer un rectángulo? ¿Cómo? (Triángulos rectángulos, uniendo dos copias a lo largo del lado opuesto al ángulo recto.)
- ¿Qué tipos de triángulos se pueden utilizar para componer un paralelogramo? ¿Cómo? (Cualquier triángulo, uniendo dos copias a lo largo de cualquier lado con la misma longitud).



SÍNTESIS DE LA LECCIÓN

Exponga y vuelva a ver trabajos representativos de las dos actividades principales. Extrae las observaciones clave sobre las conexiones especiales entre triángulos y paralelogramos.

Primero, intentamos descomponer o separar cuadriláteros en dos triángulos idénticos.

- "¿Qué estrategia nos permitió hacerlo?". (Dibujar un segmento que uniera vértices opuestos.)
- "¿Qué tipos de cuadriláteros podrían descomponerse siempre en dos triángulos idénticos?". (Paralelogramos.)
- "¿Pueden descomponerse en triángulos los cuadriláteros que no son paralelogramos?" (Sí, pero los triángulos resultantes pueden no ser idénticos.)

A continuación, exploramos la relación entre triángulos y cuadriláteros a la inversa. Intentamos componer o crear cuadriláteros a partir de pares de triángulos idénticos.

- "¿Qué tipos de cuadriláteros pudiste componer con un par de triángulos idénticos?" (Paralelogramos- algunos de ellos son rectángulos.)
- "¿Importa qué tipo de triángulo se utilizó?" (No. Dos copias cualesquiera de un triángulo podrían componerse en un paralelogramo.)
- "¿Había algún lado en particular a lo largo del cual debían unirse los dos triángulos para formar un paralelogramo?" (No. Se puede utilizar cualquiera de los tres lados.)

Hemos visto cómo dos copias idénticas de un triángulo se pueden combinar para formar un paralelogramo. Esto es cierto para cualquier triángulo. Lo contrario también es cierto: cualquier paralelogramo puede dividirse en dos triángulos idénticos. En 8° curso adquiriremos algunas herramientas para demostrar estas observaciones. Por ahora, tomaremos las relaciones especiales entre triángulos y paralelogramos como un hecho. Las utilizaremos para hallar el área de cualquier triángulo en las próximas lecciones.



ENFRIAMIENTO | UNA HISTORIA DE DOS TRIÁNGULOS (PARTE 3)

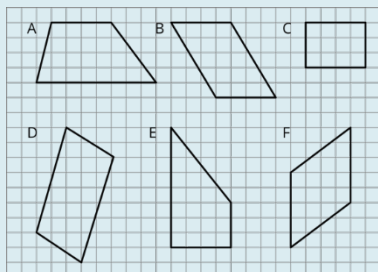
5 minutos

INSTRUCCIÓN

Dé a los estudiantes acceso a sus juegos de herramientas de geometría (papel de calco, papel cuadriculado, lápices de colores, tijeras y una ficha) si es necesario.

ENUNCIADO DE TAREA PARA EL ESTUDIANTE

1. Aquí tienes algunos cuadriláteros.



- Encierra en un círculo todos los cuadriláteros que creas que se pueden descomponer en dos triángulos idénticos utilizando sólo una línea.
- ¿Qué características tienen en común los cuadriláteros que has rodeado con un círculo?

2. Aquí tienes un triángulo rectángulo. Muestra o describe brevemente cómo dos copias del mismo pueden componerse en un paralelogramo.



POSIBLES
RESPUESTAS

- Los cuadriláteros B , C , D , y F deben rodearse con un círculo.
 - Todos tienen dos pares de lados paralelos. Todos son paralelogramos.
- Las respuestas varían. Ejemplo de respuesta: Unir dos copias del triángulo a lo largo de un lado que tenga la misma longitud (por ejemplo, el lado más corto de uno y el lado más corto del otro) formaría un paralelogramo. (Son posibles tres paralelogramos, ya que hay tres lados en los que se podrían unir los triángulos. Uno de los paralelogramos es un rectángulo.)

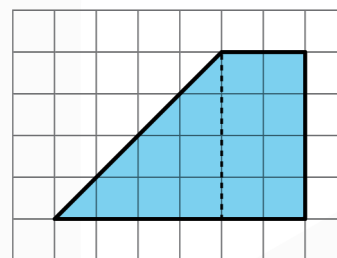


PROBLEMAS DE PRÁCTICA

PROBLEMA 1

Para descomponer un cuadrilátero en dos formas idénticas, Clare dibujó una línea discontinua como se muestra en el diagrama.

- Ella dijo que las dos formas resultantes tienen la misma área. ¿Estás de acuerdo? Explica tu razonamiento.
- ¿Dividió Clara la figura en dos formas idénticas? Explica tu razonamiento.



Posibles soluciones

- Sí, el rectángulo mide 2 unidades por 4 unidades, por lo que tiene un área de 8 unidades cuadradas. El triángulo es la mitad de un 4-por-4 cuadrado, por lo que su área es también 8 unidades cuadradas.
- No, aunque las formas tienen la misma área, no son formas idénticas-una es un rectángulo y la otra un triángulo.

PROBLEMA 2

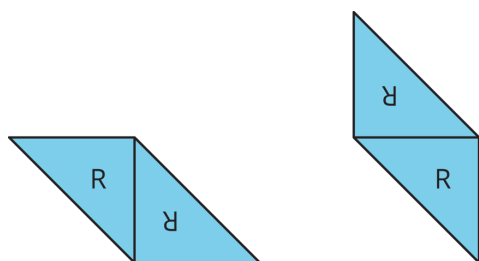
El triángulo R es un triángulo rectángulo. ¿Podemos usar dos copias del triángulo R para componer un paralelogramo que no sea un cuadrado?



Si es así, explica cómo o esboza una solución. Si no, explica por qué no.

Posibles soluciones

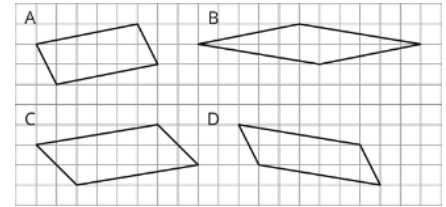
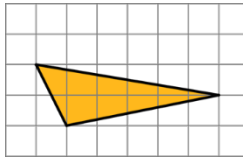
Sí, podemos usar dos triángulos rectángulos R para componer un paralelogramo que no sea un cuadrado uniéndolos a lo largo de uno de los lados más cortos (los lados que forman el ángulo recto).



PROBLEMA 3

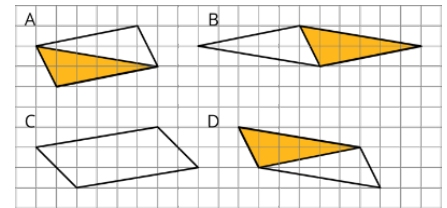
Se usan dos copias de este triángulo para componer un paralelogramo. ¿Qué paralelogramo no puede resultar de la composición? Si te atascas, considera usar papel de calco.

- A. Paralelogramo A
- B. Paralelogramo B
- C. Paralelogramo C
- D. Paralelogramo D

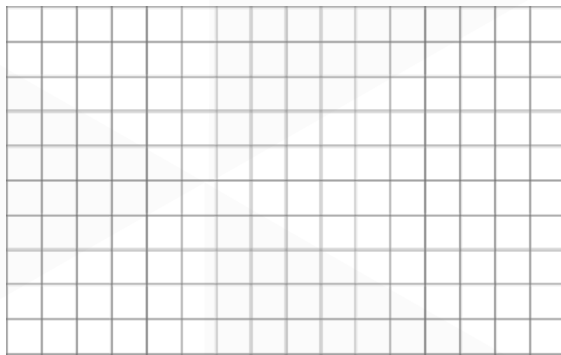
**Posibles soluciones**

C.

El diagrama muestra cómo el triángulo original y su copia pueden componerse en A, B y D.

**PROBLEMA 4**

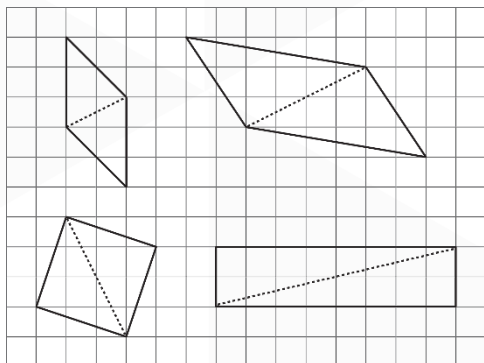
- A. En la cuadrícula, dibuja al menos tres cuadriláteros diferentes que puedan descomponerse en dos triángulos idénticos con un único corte (muestra la línea de corte). Uno o más de los cuadriláteros deben tener ángulos no rectos.



- B. Identifique el tipo de cada cuadrilátero.

Posibles soluciones

- A. Las respuestas varían. Ejemplos de respuestas:



- B. Los dos de arriba son paralelogramos. El de abajo a la izquierda es un cuadrado. El de abajo a la derecha es un rectángulo. (Todos son paralelogramos.)

